MATEMÁTICA

01. (UFSM) Sabendo-se que a matriz $\begin{bmatrix} y & 36 & -7 \\ x^2 & 0 & 5x \\ 4-y & -30 & 3 \end{bmatrix}$ é igual à sua transposta, o valor de 2x + y é

a) -23
b) -11
c) -1
d) 11
e) 23

R.: C

02. (UERJ) Três barracas de frutas, B_1, B_2 e B_3, são propriedades de uma mesma empresa. Suas vendas são controladas por meio de uma matriz, na qual cada elemento b_{ij} representa a soma dos valores arrecadados pelas barracas B_i e B_j, em milhares de reais, ao final de um determinado dia de feira. $\begin{bmatrix} x & 1{,}8 & 3{,}0 \\ a & y & 2{,}0 \\ d & c & z \end{bmatrix}$

Calcule, para esse dia, o valor, em reais:

a) arrecadado a mais pela barraca B_3 em relação à barraca B_1;
b) arrecadado em conjunto pelas três barracas.

R.: a) 1.200 reais.
b) 3.400 reais.

03. (UNESP) Considere as matrizes A = $\begin{bmatrix} 1 & x \\ y & z \end{bmatrix}$, B = $\begin{bmatrix} 1 & 2 \\ 1 & 1 \end{bmatrix}$ e C = $\begin{bmatrix} 4 & 5 \\ 36 & 45 \end{bmatrix}$ com x, y, z números reais. Se A . B = C, a soma dos elementos da matriz A é:

a) 9.
b) 40.
c) 41.
d) 50.
e) 81.

R.: B

04. (UEL) Considere as seguintes matrizes A = $\begin{bmatrix} 1 & 2 \\ 3 & 4 \end{bmatrix}$, B = $\begin{bmatrix} 0 & 1 \\ -1 & 2 \end{bmatrix}$ e C = $\begin{bmatrix} 2 & 2 \\ 1 & 3 \end{bmatrix}$. Assim, é correto afirmar que:

a) A.B = C
b) $A.B^{-1} = C$
c) det (k.A) = k.det(A) para todo $k \in$ IR
d) det (A + B) = det(A) + 2.det(B)
e) det (A + B + C) = 10

R.: D

05. (UFU) Seja A uma matriz quadrada de ordem 3 inversível, tal que $A^2 = -2A^t$, em que A^t representa a transposta de A. Nessas condições o determinante de A é igual a
a) 2.
b) - 8.
c) 0.
d) - 2.
R.: B

06. (UFSCAR) Seja A = (a_{ij}) uma matriz quadrada de ordem 3 tal que $a_{ij} = \begin{cases} p, & \text{se } i = j \\ 2p, & \text{se } i \neq j \end{cases}$, com p inteiro positivo. Em tais condições, é correto afirmar que, necessariamente, det(A) é múltiplo de
a) 2.
b) 3.
c) 5.
d) 7.
e) 11.
R.: C

07. (UNESP) Foi realizada uma pesquisa, num bairro de determinada cidade, com um grupo de 500 crianças de 3 a 12 anos de idade. Para esse grupo, em função da idade x da criança, concluiu-se que o peso médio p(x), em quilogramas, era dado pelo determinante da matriz A, onde A = $\begin{bmatrix} 1 & -1 & 1 \\ 3 & 0 & -x \\ 0 & 2 & \frac{2}{3} \end{bmatrix}$. Com base na fórmula p(x) = det A, determine:
a) o peso médio de uma criança de 5 anos;
b) a idade mais provável de uma criança cujo peso é 30 kg.
R.: a) 18 kg;
b) 11 anos

08. (UNESP) Considere a matriz $\begin{bmatrix} 6 & -3 & 0 \\ -3 & 6 & 0 \\ 1 & -1 & 2 \end{bmatrix}$

a) Determine todos os números reais θ para os quais se tem det (A - θ.I) = 0, onde I é a matriz identidade de ordem 3.

a) Tomando θ = – 2, dê todas as soluções do sistema $\begin{cases} (6-\theta)x - 3y = 0 \\ -3x + (6-\theta)y = 0 \\ x - y + (2-\theta)z = 0 \end{cases}$.

R.: a) θ = 2 ou — = 3 ou θ = 9; b) S = { (0, 0, 0) }

09. (UNESP) Em uma lanchonete, o custo de 3 sanduíches, 7 refrigerantes e uma torta de maçã é R$ 22,50. Com 4 sanduíches, 10 refrigerantes e uma torta de maçã, o custo vai para R$ 30,50. O custo de um sanduíche, um refrigerante e uma torta de maçã, em reais, é

a) 7,00.
b) 6,50.
c) 6,00.
d) 5,50.
e) 5,00.

R.: B

10. (UERJ) Observe a equação química que representa a fermentação do açúcar:

$$xC_6H_2O_6 \rightarrow yCO_2 + z.C_2\,H_5OH$$

Uma das formas de equilibrar essa equação é igualar, em seus dois membros, as quantidades de átomos de cada elemento químico. Esse processo dá origem ao seguinte sistema linear:

$$\begin{cases} 6x = y + 2z \\ 12x = 6z \\ 6x = 2y + z \end{cases}$$

Determine o conjunto-solução do sistema e calcule os menores valores inteiros positivos de x, y e z que formam uma das soluções desse sistema.

R.: S = {(α, 2α, 2α) / $\alpha \in$ IR}; x = 1, y = 2, z = 2

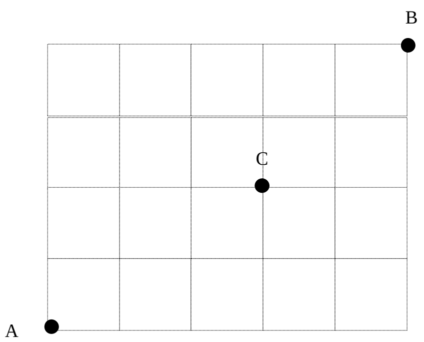
11. (FGV) Os números reais x, y e z são tais que x + y + z = 6 e 3x + 4y + 2z = 17.

a) Encontre uma solução do sistema formado por essas duas equações.
b) Determine todas as soluções do sistema.
c) Calcule o valor de 9x + 11y + 7z.

R.: a) (-1, 3, 4);
b) S = {(7 - 2α; α - 1, α); $\alpha \in$ IR};
c) 52

12. (UF.RS) No desenho a seguir, as linha horizontais e verticais representam ruas, e os quadrados representam quadras de um bairro de uma cidade. A quantidade de trajetos de comprimento mínimo ligando os pontos A e B que passam por C é:

a) 24
b) 36
c) 48
d) 56
e) 60



R.: E

13. O usuário CH Cebolinha do banco Hortigrana tem como senha para acessar sua conta eletronicamente uma sequência de três vogais (que podem repetir) e, em seguida, quatro algarismos pares distintos (Um exemplo: AAU-2648). Como o indivíduo é doidão e está perdendo os cabelos e a memória, quando foi acessar sua conta, da última vez, só se lembrava do primeiro dígito da sequência de letras e do primeiro dígito da sequência numérica. Considerando as informações do texto, determine o número máximo de tentativas que o CH Cebolinha deveria efetuar para digitar sua senha corretamente.
R.: 1500 tentativas

14. Um grupo 10 amigos se encontrou para comemorar os 25 anos de sua formatura em Matemática. O local do encontro foi um bar discreto que permitisse um bom bate-papo dos amigos. Mas, para o espanto de todos, quando, de modo aleatório eles ocuparam seus lugares em volta da mesa redonda de 10 lugares, cada componente do grupo tinha a seu lado dois colegas inimigos ferrenhos. Dessa forma, cada componente do grupo, assim que ocupou seu lugar, não cumprimentou os dois colegas que se encontravam ao seu lado. Após longas horas de bate-papo todos voltaram às boas e refizeram suas amizades arranhadas e, na saída, todos se cumprimentaram, sem exceção.

Considerando as informações do texto, determine o número total de cumprimentos realizados pelos amigos na chegada e na saída.
R.: 80

15. (PUC-SP - adaptado) Buscando melhorar o desempenho de seu time, o técnico Delton da Seleção de futebol do Colégio Visão decidiu inovar: convocou apenas 15 jogadores, dos quais 2 só jogam no gol e os demais atuam em quaisquer posições, inclusive no gol. De quantos modos ele pode selecionais os 11 jogadores que irão compor o time titular?
a) 450
b) 480
c) 550
d) 580
e) 650
R.: E

16. Existem duas urnas: a 1ª com 4 bolas numeradas de 1 a 4 e a 2ª com 3 bolas numeradas de 7 a 9. Duas bolas são extraídas da 1ª urna, sucessivamente e sem reposição, e em seguida, 2 bolas são extraídas da 2ª urna, sucessivamente e sem reposição. Determine a quantidade de números de 4 algarismos é possível formar nessas condições.
R.: 72

17. Cada peça de domino é constituída de 2 números. As peças são simétricas, de sorte que o par de números não é ordenado. Quantas peças diferentes podem ser formadas, se usarmos os números 0, 1, 2, 3, 4, 5 e 6?
R.: 28

18. Um dado é viciado de modo que a probabilidade de observarmos qualquer número par é a mesma, e a de observarmos qualquer número ímpar é também a mesma. Porém, um número par é três vezes mais provável de ocorrer do que um número ímpar. Lançando-se esse dado, a probabilidade de ocorrer um número menor ou igual a 3 é igual a:
a) 1/4
b) 1/3
c) 5/12
d) 1/2
e) 7/12
R.: C

19. Com os dígitos 1, 2, 3, 4, 5 são formados número de 4 algarismos distintos. Um deles é escolhido ao acaso. A probabilidade de ele ser ímpar é igual a:
a) 1/5
b) 2/5
c) 3/5
d) 4/5
e) 1
R.: C

20. Um grupo é constituído de 6 homens e 4 mulheres. Três pessoas são selecionadas ao acaso, sem reposição. A probabilidade de que ao menos duas sejam homens é igual a:
a) 1/2
b) 1/3
c) 3/4
d) 2/3
e) 2/5
R.: D

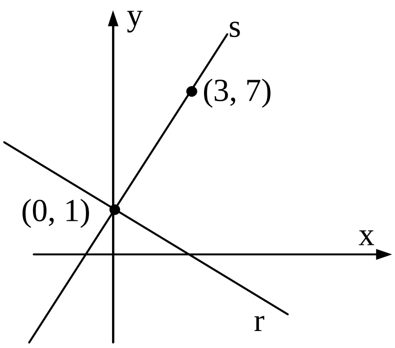
21. Uma comissão de 3 pessoas é formada escolhendo-se, ao acaso entre Antônio, Benedito, César, Denise e Elizabeth. Se Denise não pertence à comissão, a probabilidade de César pertencer é igual a:
a) 1/2
b) 1/3
c) 1/4
d) 2/3
e) 3/4
R.: E

22. A probabilidade de que um aluno A resolva certo problema é 1/2 , a de que outro aluno B o resolva é 1/3 e a de que um terceiro aluno C o resolva é 1/4 . Determine a probabilidade de que:
a) os três resolvam o problema?
b) ao menos um resolva o problema?
c) exatamente dois deles resolva o problema?
R.: a) 1/24; b) 3/4; c) 1/4

23. A probabilidade de que um homem de 45 anos sobreviva mais 20 anos é 0,5. De uma grupo de 5 homens com 45 anos, a probabilidade de que exatamente 4 homens cheguem aos 65 anos é aproximadamente igual a:
a) 13/50
b) 15/40
c) 17/65
d) 11/39
e) 15/63
R.: A

24. (PUC-MG) O ponto M pertence ao gráfico da função $f(x) = x^2$ e está situado no primeiro quadrante do plano cartesiano. Se a distância do ponto M à origem é igual a $\sqrt{6}$, então, a ordenada do ponto M é igual a:
a) 2
b) 3
c) 4
d) 5
e) 6
R.: A

25. (UC-MS) Na figura a seguir, as retas r e s são perpendiculares. Determine as coordenadas do ponto de intersecção da reta r com o eixo das abscissas.

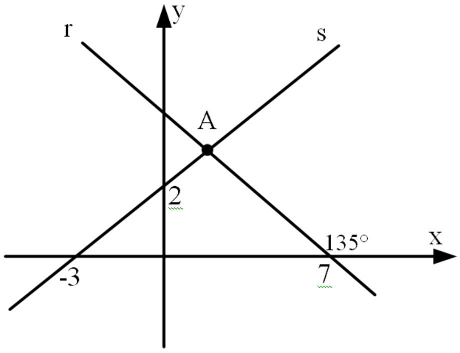


R.: (2, 0)

26. Determine o comprimento da altura relativa ao lado BC, do triângulo ABC, sendo A(-3, 0), B(0, 0) e C(6, 8).
R.: 12/5

27. Os vértices de um triângulo estão sobre a parábola $y = x^2 + x - 12$. Sabendo que dois dos vértices estão sobre o eixo dos x e que o terceiro vértice tem coordenadas (x, y), em que x é o ponto de mínimo de $y = x^2 + x - 12$, a área do triângulo é aproximadamente igual a:
a) 40
b) 41
c) 42
d) 43
e) 44
R.: D

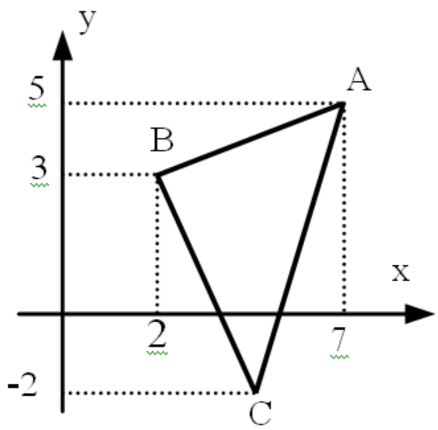
28. (Fatec-SP) No plano cartesiano, considere o triângulo determinado pelo ponto A e pelos pontos de abscissas -3 e 7, representados na figura a seguir. A área desse triângulo é igual a:



a) 40
b) 35
c) 30
d) 25
e) 20
R.: E

29. Os pontos A(8, 11), B(-4, -5) e C(-6, 9) são vértices do triângulo ABC. Determine o circuncentro desse triângulo. (Dica: *Circuncentro é o centro da circunferência circunscrita, ou seja, ele é eqüidistante dos três vértices do triângulo ABC).*
R.: (2, 3)

30. (FGV) Sabendo que o ΔABC é um triângulo retângulo em B, calcular as coordenadas do vértice C.



a) (5, -2)

b) $(3\frac{1}{2}, -2)$

c) (4, -2)

d) $(4\frac{1}{2}, -2)$

e) $(\frac{7}{3}, -2)$

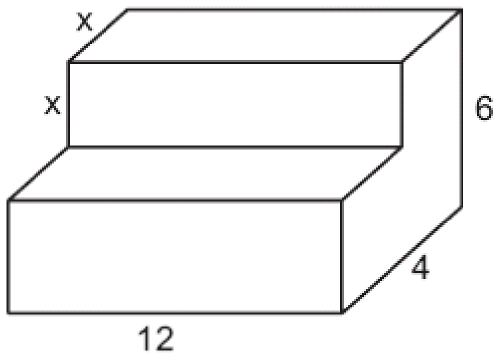
R.: C

31. (FUVEST) Os pontos M(2, 2), N(-4, 0) e P(-2, 4) são, respectivamente, os pontos médios dos lados AB, BC e CA do triângulo ABC. A reta mediatriz do segmento AB tem equação:
a) $x + 2y - 6 = 0$
b) $x - 2y + 2 = 0$
c) $2x - 2y - 2 = 0$
d) $2x + y - 6 = 0$
e) $-x + 2y + 6 = 0$
R.: A

32. (MACKENZIE) A figura representa a maquete de uma escada que foi construída com a retirada de um paralelepípedo reto retângulo, de outro paralelepípedo reto-retângulo de dimensões 12, 4 e 6. O menor volume possível para essa maquete é

a) 190
b) 180
c) 200
d) 194
e) 240

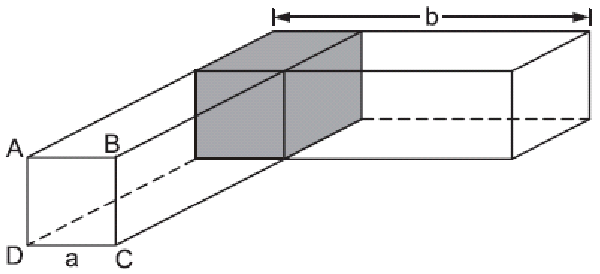
R.: E



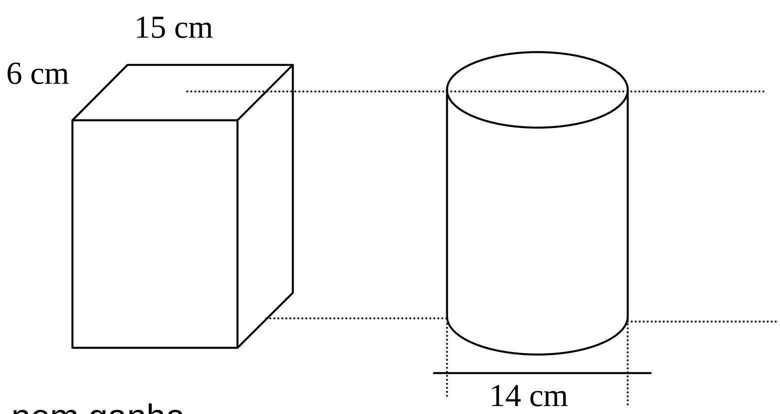
33. (MACKENZIE) Dois paralelepípedos retângulos de mesmas dimensões cortam-se conforme a figura, sendo igual a 1 o volume da região assinalada. Se ABCD é um quadrado, e o volume total do sólido obtido, incluindo a região assinalada, é 9, a dimensão b é igual a

a) 2
b) 6
c) 5
d) 3
e) 4

R.: C



34 (FMTM) O suco Bembom é comercializado em dois tipos de embalagem: A, de secção retangular e B, de secção circular, pelo mesmo preço. Essas embalagens, como mostra a figura, tem a mesma altura. Quem compra Bembom na embalagem B em vez de na embalagem A,

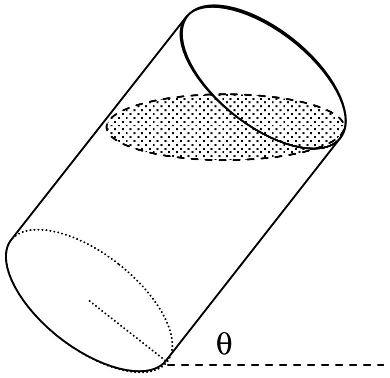


a) Não perde nem ganha.
b) Leva, aproximadamente, 70% a mais de suco.
c) Leva, aproximadamente, 30% a mais de suco.
d) Paga o suco aproximadamente 65% mais caro.
e) Paga o suco aproximadamente 35% mais caro.

R.: B

35. (UFG) Um copo tem a forma de um cilindro circular reto de diâmetro da base igual a 6 cm e altura 20 cm. O copo, com a base no plano horizontal, contém água até a altura de 16 cm. Uma pessoa, querendo beber a água, inclina lentamente o copo até que a água começa a entrar em sua boca. Nesse instante, a geratriz do copo forma um ângulo θ com o plano horizontal. Determine:

]



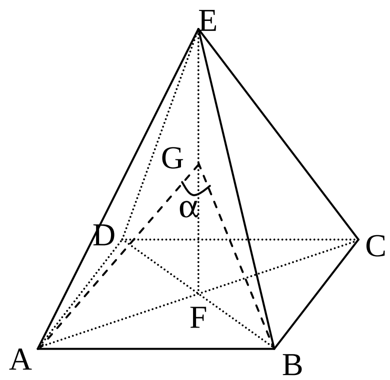
a) A medida do ângulo θ na posição em que a pessoa começa a beber a água
b) A área do copo molhada pelo contato com a água na posição θ.

R.: a)tg θ = 3/4; b) 105π cm²

36. (FUVEST) A figura a seguir mostra uma pirâmide regular de base quadrangular ABCD de lado 1 e altura EF = 1. Sendo G o ponto médio da altura EF e α a medida do ângulo $A\hat{G}B$, então cosα vale:

a) 1/2
b) 1/3
c) 1/4
d) 1/5
e) 1/6

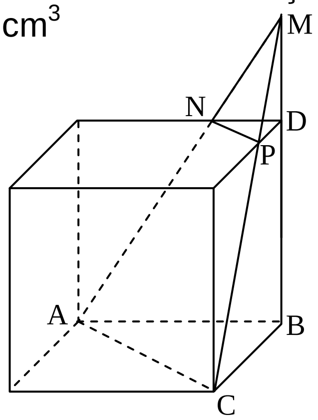
R.: B



37. (UFMG) Na figura a seguir estão representados um cubo, cujas arestas medem, cada uma, 3 cm, e a pirâmide MABC, que possui três vértices em comum com o cubo. O ponto M situa-se sobre o prolongamento da aresta BD do cubo. Os segmentos MA e MC interceptam arestas desse cubo, respectivamente, nos pontos N e P e o segmento ND mede 1 cm. Considerando-se essas informações, é **CORRETO** afirmar que o volume da pirâmide MNPD é, em cm^3

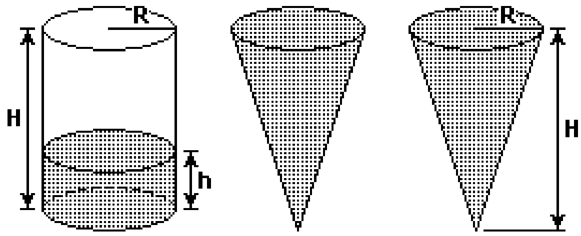
a) 1/6
b) 1/4
c) 1/2
d) 1/8

R.: B



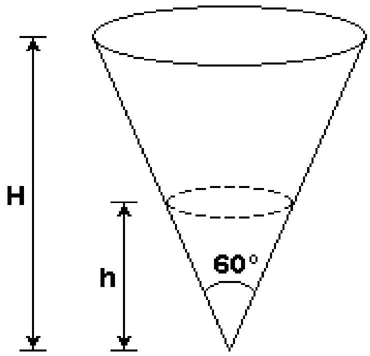
38. (UFLA) Parte do líquido de um cilindro completamente cheio é transferido para dois cones idênticos, que ficam totalmente cheios como mostra a figura a seguir. A relação entre as alturas do líquido restante no cilindro (h) e a altura (H) do cilindro é:

a) h = H/4
b) h = H/2
c) h = $\sqrt{\frac{H}{2}}$
d) h = H/3
R.: D



39. Um reservatório de forma cônica para armazenamento de água tem capacidade para atender às necessidades de uma comunidade por 81 dias. Esse reservatório possui uma marca a uma altura h para indicar que a partir desse nível a quantidade de água é suficiente para abastecer a comunidade por mais 24 dias. O valor de h é

a) h = (2/9)H
b) h = (2/3)H
c) h = (8/27)H
d) h = (1/10)H
e) h = (1/2)H
R.: B



40. (UFG) A terra retirada na escavação de uma piscina semicircular de 6 m de raio e 1,25 m de profundidade foi amontoada, na forma de um cone circular reto, sobre uma superfície horizontal plana. Admita que a geratriz do cone faça um ângulo de 60° com a vertical e que a terra retirada tenha volume 20% maior do que o volume da piscina. Nessas condições, a altura do cone, em metros, é de

a) 2,0
b) 2,8
c) 3,0
d) 3,8
e) 4,0
R.: C

41. (UFG) A terra retirada na escavação de uma piscina semicircular de 6 m de raio e 1,25 m de profundidade foi amontoada, na forma de um cone circular reto, sobre uma superfície horizontal plana. Admita que a geratriz do cone faça um ângulo de 60° com a vertical e que a terra retirada tenha volume 20% maior do que o volume da piscina. Nessas condições, a altura do cone, em metros, é de

a) 2,0
b) 2,8
c) 3,0
d) 3,8
e) 4,0
R.: C

42. (PUC/PR/2001) Tem-se um recipiente cilíndrico, de raio 3cm, com água. Se mergulharmos inteiramente uma bolinha esférica nesse recipiente, o nível da água sobe cerca de 1,2 cm. Sabe-se, então, que o raio da bolinha vale aproximadamente:

a) 1 cm
b) 1,5 cm
c) 2 cm
d) 2,5 cm
e) 3 cm

R.: C

43. (UFU) Uma fábrica de sucos estima que necessita de 27 laranjas de 8cm de diâmetro cada, para produzir um litro de suco concentrado. Para efeito dessa estimativa, a empresa assume que as laranjas são esferas. Contudo, devido às entressafra, as únicas laranjas disponíveis no mercado apresentam diâmetro de 6cm. Nessas condições, o número mínimo de laranjas necessárias para a produção de um litro de suco concentrado sra igual a

a) 48
b) 54
c) 64
d) 70

R.: C

44. (UFBA/2001) Um recipiente em forma de um cilindro circular reto, com dimensões internas de 20u.c. de diâmetro e 16u.c. de altura, está completamente cheio de argila que deverá ser toda usada para moldar 10x bolinhas com 2u.c. de raio.Calcule x.

R.: 15

45. (UFG) Considere um cone circular reto de altura h e raio r, h > r, inscrito em uma esfera de raio R. Determine a altura do cone quando r = 3R/5.

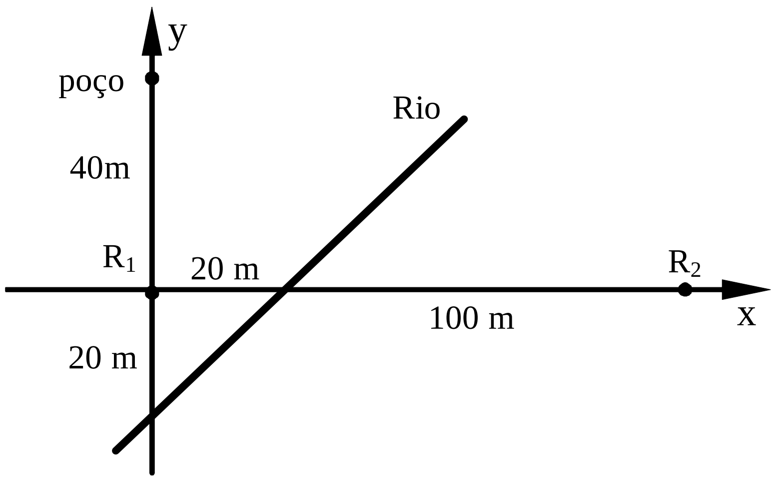
R.: 9R/10

46. Um cone circular reto tem altura 8 cm e diâmetro da base igual a 12 cm. Seja R o raio da esfera circunscrita no cone e r o raio da esfera inscrita. Assim, R/r é igual a:

a) 2
b) 25/12
c) 6/5
d) 10/3
3) 5/3

R.: B

47. (FUVEST) Um pirata enterrou um tesouro numa ilha e deixou um mapa com as seguintes indicações: o tesouro está enterrado num ponto da linha reta entre os dois rochedos; está a mais de 50 m do poço e a menos de 20 m do rio (cujo leito é reto).



a) Descreva, usando equações e inequações as indicações deixadas pelo pirata, utilizando para isto o sistema de coordenadas mostrado na figura.

b) Determine o menor intervalo ao qual pertence a coordenada x do ponto (x, 0) onde o tesouro está enterrado. (Faça $\sqrt{2} = 1{,}4$).

R.: a) 0<x<120, x²>30, |x-20| < 28

48. (FUVEST) A reta r tem equação 2x + y = 3 e intercepta o eixo x no ponto A. A reta s passa pelo ponto (1, 2) e é perpendicular a r. Sendo B e C os pontos onde s intercepta o eixo x e a reta r, respectivamente,

a) determine a equação de s;

b) calcule a área do triângulo ABC.

R.: a) x – 2y + 3 = 0; b) 81/20